МОДЕЛ ЗА ОПТИМИЗИРАНЕ ПРОИЗВОДСТВОТО НА ФАРМАЦЕВТИЧНИ ПРОДУКТИ

Невена ГОСПОДИНОВА[1]

[1] Икономически университет – Варна
n.gospodinova@ue-varna.bg

Резюме. Проблемът, свързан с определянето на оптимален производствен план, е особено актуален за съвременните индустриални предприятия в условията на глобална икономика и нарастваща конкуренция. Най-често съблюдаваните критерии за оптималност в този контекст са: максимизиране на общата печалба; минимизиране себестойността на единица продукция; максимизиране натоварването на производствените мощности; минимизиране на сумарните производствени разходи.
Настоящата статия има за цел да изследва възможността за оптимизиране на фармацевтичното производство чрез конструиране на икономико-математически модел, който може да се разглежда по два начина – като еднопродуктов и многопродуктов. Като критерий за оптималност в него е заложено минимизиране себестойността на единица произведен продукт за определен планов период. В разработката е предложен метод за аналитично решаване на получената задача на нелинейното оптимиране. Съставен е оптимален план за производството на Тилозин тартарат от “БИОВЕТ” АД – клон Разград чрез прилагане на еднопродуктовия модел.

Ключови думи: производство, оптимизация, математическо моделиране, фармацевтичен продукт.

1. Въведение

Съставянето на оптимален производствен план е едно от основните предизвикателства, пред които са изправени съвременните индустриални предприятия. Проблемът, свързан с оптимизиране на производството, възниква най-вече поради факта, че ресурсите, с които предприятията разполагат, са ограничени, а така се ограничават и свързаните с това разходи, които могат да бъдат направени за определен планов период.

Прегледът на литературните източници показва, че оптимизирането на производствената дейност е предмет на изследване в множество научни разработки (Николаев 2016; Трофимова 2016; Ghorbanzad et al. 2012; Mula et al. 2010; Chen & Tsai 2008). Задачата за определяне на оптимален план може да се формулира по различни начини в зависимост от обуславящите фактори при съответните условия и основната цел, която си поставят мениджърите. Например Hossein и др. предлагат модел за минимизиране на общите производствени разходи и качество (Hossein et al. 2016).

Друга възможност за оптимизиране на производството е търсене на максимална печалба при ограничен производствен капацитет (Gao et al. 2017). Критерии за оптималност в този контекст могат да бъдат (Атанасов et al. 2012, pp.103–108):

- максимизиране на печалбата;
- минимизиране себестойността на единица продукция;
- максимизиране натоварването на наличните производствени мощности;
- минимизиране на сумарните разходи за производство и др.

Целта на автора е да предложи една възможност за определяне на оптимален план за производството на фармацевтични продукти със средствата на математическото оптимиране. Във връзка с така поставената цел се решават следните задачи:

- конструиране на оптимизационен икономико-математически модел за минимизиране себестойността на единица произведен продукт;
- предлагане на метод за аналитично решаване на модела;
- прилагане на модела за оптимизиране на производството с реални данни от предприятие “БИОВЕТ” АД – клон Разград.

2. Постановка на икономико-математическия модел

Разглеждаме фармацевтично предприятие, което произвежда даден вид продукт през определен планов период, разделен на отделни подпериоди. Разходите, свързани с производството на продукта, са обособени в различни групи (например разходи за материали, транспортни разходи, фонд работна заплата, разходи за енергия и др.). На база статистическа информация за минали подпериоди са изчислени очакваните разходи от всяка група за производството на фармацевтичния продукт. Установени са долната и горната граница на количествата от произвеждания медикамент за всеки подпериод. Тези граници се налагат, например, поради ограничеността на ресурсите, капацитета на производствените мощности и възникналите договорни отношения. Известен е също така и обемът на търсеното количество от продукта за целия планов период. Трябва да се определи оптимален план за производството през всеки подпериод, така че средната себестойност на единица фармацевтичен продукт да е минимална.

За да съставим икономико-математическия модел на задачата, въвеждаме следните означения:

T – планов период;

k – брой на подпериодите, на които е разделен разглежданият планов период;

t – номер на подпериода $(t = \overline{1,k})$;

m – брой на групите разходи за производството на фармацевтичния продукт;

i – номер на групата производствени разходи $(i = \overline{1,m})$;

C_{it} – очаквани разходи от *i*-та група $(i = \overline{1,m})$ за производството на продукта през *t*-ти подпериод $(t = \overline{1,k})$;

Q – обем на търсенето на фармацевтичния продукт за целия планов период;

a_t – минимално изискуемо количество от продукта за *t*-ти подпериод $(t = \overline{1,k})$;

A_t – максимално допустимо количество от продукта за *t*-ти подпериод $(t=\overline{1,k})$.

Необходимо е да се определи какви обеми от фармацевтичния продукт следва да се произведат през отделните подпериоди, съставляващи целия планов период.
Нека да означим с:

x_t – обем произведен продукт през *t*-ти подпериод $(t=\overline{1,k})$.

Трябва да се определи оптимална програма за производство през всеки подпериод $X=(x_1,x_2,...,x_k)$, при която средната себестойност на единица продукт е минимална.

Средната себестойност на единица фармацевтичен продукт при план на производството $X=(x_1,x_2,...,x_k)$ се определя от функцията:

$$Z(X)=\frac{1}{k}\sum_{t=1}^{k}\frac{R_t}{x_t},$$

където $R_t=\sum_{i=1}^{m}C_{it}$ $(t=\overline{1,k})$ са общите очаквани разходи за производството на продукта през подпериода *t*.

Необходимо е в икономико-математическия модел да се вземат предвид следните ограничения:

1. Общият обем произведен продукт за всички подпериоди трябва да задоволи търсенето за целия планов период, т.е.

$$\sum_{t=1}^{k}x_t=Q.$$

2. Произведеното количество през *t*-ти подпериод $(t=\overline{1,k})$ следва да бъде по-голямо или равно на минималното изискуемо количество a_t:

$$x_t\geq a_t,\ t=\overline{1,k}.$$

3. Произведеното количество през *t*-ти подпериод $(t=\overline{1,k})$ не трябва да надвишава максималното допустимо количество A_t:

$$x_t\leq A_t,\ t=\overline{1,k}.$$

Последните две ограничения могат да се запишат по следния начин:

$$a_t\leq x_t\leq A_t,\ t=\overline{1,k}.$$

4. Реалният смисъл на променливите x_t $(t=\overline{1,k})$ налага изискването те да бъдат неотрицателни числа, т.е.

$$x_t\geq 0,$$

но при така формулираната задача това е излишно ($a_t\geq 0$ за $t=\overline{1,k}$).
Като се има предвид, че

$$R_t = \sum_{i=1}^{m} C_{it}\ ,\ t = \overline{1,k}\ ,$$

математическият модел има вида:

$$Z(X) = \frac{1}{k}\sum_{t=1}^{k} \frac{R_t}{x_t} \to \min \qquad (1)$$

при ограничения

$$\sum_{t=1}^{k} x_t = Q\ ; \qquad (2)$$

$$a_t \le x_t \le A_t\ ,\ t = \overline{1,k}\ . \qquad (3)$$

Нека сега разгледаме случай, в който през дадения планов период фармацевтичното предприятие произвежда повече видове продукти. За всеки от продуктите са известни:

- очакваните производствени разходи, обособени в отделни групи, за различните подпериоди;
- обемът на търсене за целия планов период;
- минималното изискуемо и максималното допустимо количество за различните подпериоди.

Целта на фармацевтичното предприятие е да минимизира средната себестойност на всички видове продукти за целия планов период.

За да съставим математическия модел на задачата, правим следните изменения и допълнения в модела (1) – (3):

n – брой на продуктите, които се произвеждат от фармацевтичното предприятие през разглеждания планов период;

j – номер на вида продукт $(j = \overline{1,n})$;

C_{ijt} – очаквани разходи от *i*-та група $(i = \overline{1,m})$ за производството на *j*-ти продукт $(j = \overline{1,n})$ през *t*-ти подпериод $(t = \overline{1,k})$;

R_{jt} – общи очаквани разходи за производството на *j*-ти продукт $(j = \overline{1,n})$ през *t*-ти подпериод $(t = \overline{1,k})$;

Q_j – обем на търсенето на *j*-ти фармацевтичен продукт за целия планов период $(j = \overline{1,n})$;

a_{jt} – минимално изискуемо количество от *j*-ти продукт $(j = \overline{1,n})$ за *t*-ти подпериод $(t = \overline{1,k})$;

A_{jt} – максимално допустимо количество от *j*-ти продукт $(j = \overline{1,n})$ за *t*-ти подпериод $(t = \overline{1,k})$.

Означаваме с:

x_{jt} – обем произведен продукт от *j*-ти вид $(j=\overline{1,n})$ през *t*-ти подпериод $(t=\overline{1,k})$.

Трябва да се определи оптимална програма за производство през всеки подпериод

$$X=\begin{Vmatrix} x_{11} & x_{12} & x_{13} & \dots & x_{1k} \\ x_{21} & x_{22} & x_{23} & \dots & x_{2k} \\ \dots & \dots & \dots & \dots & \dots \\ x_{n1} & x_{n2} & x_{n3} & \dots & x_{nk} \end{Vmatrix},$$

при която средната себестойност на всички видове продукти да бъде минимална.

При така въведените параметри и като се има предвид, че общите разходи за производството на всеки вид продукт през определен подпериод се получават като сума от различните групи производствени разходи за продукта през този подпериод, в сила е равенството

$$R_{jt}=\sum_{i=1}^{m} C_{ijt},\ j=\overline{1,n},\ t=\overline{1,k}.$$

Средната себестойност на фармацевтичните продукти за периода *T* при план на производството X се задава посредством целевата функция:

$$Z(X)=\frac{1}{k}\sum_{j=1}^{n}\sum_{t=1}^{k}\frac{R_{jt}}{x_{jt}}.$$

Конструираме следния икономико-математически модел:

$$Z(X)=\frac{1}{k}\sum_{j=1}^{n}\sum_{t=1}^{k}\frac{R_{jt}}{x_{jt}}\to\min \tag{4}$$

при ограничения

$$\sum_{t=1}^{k} x_{jt}=Q_j,\ j=\overline{1,n}; \tag{5}$$

$$a_{jt}\le x_{jt}\le A_{jt},\ j=\overline{1,n},\ t=\overline{1,k}. \tag{6}$$

Търсенето по видове продукти трябва да бъде задоволено след изпълнение на производствената програма за разглеждания период, т.е. за всеки продукт сумата от произведените количества през всички подпериоди трябва да бъде равна на съответното търсено количество за целия планов период. За тази цел е добавено условие (5).

Производството на даден продукт следва да се ограничи в рамките на минималните изискуеми и максималните допустими количества за всеки от отделните подпериоди. Това се осигурява посредством неравенство (6).

3. Метод за решаване на конструирания модел

Ще предложим възможност за решаване на конструираните задачи на нелинейното оптимиране чрез използване метода на множителите на Лагранж (Атанасов et al. 2008, pp.259–261).

За решаване на модела (1) – (3) съставяме помощната функция

$$L(X,\lambda)=\frac{1}{k}\sum_{t=1}^{k}\frac{R_t}{x_t}+\lambda\left(\sum_{t=1}^{k}x_t-Q\right),$$

където λ е множител на Лагранж.

Частните производни на L спрямо различните променливи са следните:

$$L'_{x_t}=-\frac{R_t}{k.x_t^2}+\lambda,\ t=\overline{1,k};$$

$$L'_{\lambda}=\sum_{t=1}^{k}x_t-Q.$$

Съгласно необходимите условия за екстремум на функцията на Лагранж:

$$\begin{vmatrix} L'_{x_t}=0,\ t=\overline{1,k} \\ L'_{\lambda}=0 \end{vmatrix}\Rightarrow\begin{vmatrix} -\frac{R_t}{k.x_t^2}+\lambda=0,\ t=\overline{1,k} \\ \sum_{t=1}^{k}x_t-Q=0 \end{vmatrix}. \qquad (7)$$

От първото уравнение изразяваме неизвестните x_t $(t=\overline{1,k})$ чрез λ:

$$x_t=\sqrt{\frac{R_t}{k.\lambda}},\ t=\overline{1,k}. \qquad (8)$$

Заместваме ги във второто уравнение:

$$\frac{1}{\sqrt{k.\lambda}}\sum_{t=1}^{k}\sqrt{R_t}=Q,$$

откъдето получаваме

$$\lambda=\frac{\left(\sum_{t=1}^{k}\sqrt{R_t}\right)^2}{k.Q^2}.$$

След заместване в (8) се достига до следната формула, чрез която могат да бъдат пресметнати стойностите на неизвестните:

$$x_t=\frac{Q\sqrt{R_t}}{\sum_{t=1}^{k}\sqrt{R_t}},\ t=\overline{1,k}. \qquad (9)$$

В случай, че променливите x_t $(t=\overline{1,k})$ не удовлетворяват ограничение (3), за определяне решението на задачата е необходимо да се изследват краищата на интервалите $[a_t, A_t]$, $t=\overline{1,k}$.

Намирането на оптималното решение на модела (4) – (6) може да се сведе до решаването на *n* (колкото е броят на продуктите) задачи от вида (1) – (3), тъй като

целевата функция (4) е сепарабелна[16] относно променливите x_{jt} по индекса $j=\overline{1,n}$ и ограничителните условия (5) и (6) са независими спрямо същия индекс.

Непосредствено оптималното решение може да се намери и с разсъждения, аналогични на тези в модела (1) – (3).

В случая функцията на Лагранж има следния вид:

$$L(X,\lambda)=\frac{1}{k}\sum_{j=1}^{n}\sum_{t=1}^{k}\frac{R_{jt}}{x_{jt}}+\sum_{j=1}^{n}\lambda_j\left(\sum_{t=1}^{k}x_{jt}-Q_j\right),$$

където λ_j $(j=\overline{1,n})$ са множители на Лагранж.

Частните производни на L спрямо променливите x_{jt} $(j=\overline{1,n},\ t=\overline{1,k})$ и λ_j $(j=\overline{1,n})$ са:

$$L'_{x_{jt}}=-\frac{R_{jt}}{k.x_{jt}^2}+\lambda_j,\ j=\overline{1,n},\ t=\overline{1,k};$$

$$L'_{\lambda_j}=\sum_{t=1}^{k}x_{jt}-Q_j,\ j=\overline{1,n}.$$

Критичните точки на функцията на Лагранж се получават след решаване на системата:

$$\begin{vmatrix} L'_{x_{jt}}=0,\ j=\overline{1,n},\ t=\overline{1,k} \\ L'_{\lambda_j}=0,\ j=\overline{1,n} \end{vmatrix} \Rightarrow \begin{vmatrix} -\frac{R_{jt}}{k.x_{jt}^2}+\lambda_j=0,\ j=\overline{1,n},\ t=\overline{1,k} \\ \sum_{t=1}^{k}x_{jt}-Q_j=0,\ j=\overline{1,n} \end{vmatrix}. \qquad (10)$$

От първото уравнение на системата (10) се достига до зависимостта

$$x_{jt}=\sqrt{\frac{R_{jt}}{k.\lambda_j}},\ j=\overline{1,n},\ t=\overline{1,k}, \qquad (11)$$

откъдето, след заместване във второто уравнение, получаваме

$$\frac{1}{\sqrt{k.\lambda_j}}\sum_{t=1}^{k}\sqrt{R_{jt}}=Q_j,\ j=\overline{1,n}.$$

Така лесно могат да бъдат изчислени множителите на Лагранж:

$$\lambda_j=\frac{\left(\sum_{t=1}^{k}\sqrt{R_{jt}}\right)^2}{k.Q_j^2},\ j=\overline{1,n}.$$

[16] Функция на *n* променливи $f(x_1,x_2,...,x_n)$ се нарича сепарабелна, ако тя може да се представи като сума от *n* функции на една променлива $f_j(x_j)$ $(j=\overline{1,n})$ (Атанасов et al. 2012, p.246).

След заместване в (11) достигаме до следната формула за пресмятане стойностите на неизвестните x_{jt} $(j=\overline{1,n},\ t=\overline{1,k})$:

$$x_{jt}=\frac{Q_j\sqrt{R_{jt}}}{\sum_{t=1}^{k}\sqrt{R_{jt}}},\ j=\overline{1,n},\ t=\overline{1,k}\ . \qquad (12)$$

В този случай също е необходимо да се провери дали променливите попадат в указаните от условие (6) граници.

4. Приложение на модела за оптимизиране производството на Тилозин тартарат от “БИОВЕТ” АД – клон Разград

Ще разгледаме приложение на първия от предложените оптимизационни модели с помощта на следния числов пример[17].

Предприятие “БИОВЕТ” АД – клон Разград произвежда продукт Тилозин тартарат – макролиден антибиотик в прахообразна форма. Плановият период за производството на продукта е една година, разделена на дванадесет подпериода – месеци. Разходите за производството на Тилозин са обособени в следните групи:

- разходи за материали;
- разходи за горива и енергия;
- амортизационни разходи;
- фонд работна заплата (ФРЗ);
- държавно обществено осигуряване (ДОО);
- разходи за пречистване на отпадни води;
- цехови разходи;
- транспортни разходи;
- разходи за спомагателни дейности.

Долната и горната граница (съответно 7000 кг. и 13000 кг.) по отношение на обемите на производство са едни и същи за всички месеци и са определени на база статистическа информация за минали подпериоди. Зададените граници са съобразени с капацитета на наличните производствени мощности и ограничеността на разполагаемите ресурси във фармацевтичното предприятие. Обемът от продукта, който “БИОВЕТ” АД – клон Разград трябва да произведе през цялата година съгласно договорните отношения с клиентите, е 115000 кг.

Очакваните разходи по групи за производството на фармацевтичния продукт през всеки от месеците на 2016 г. са представени в таблица 1.

[17] Данните в примера са предоставени от “БИОВЕТ” АД – клон Разград и са с ориентировъчни стойности, близки до реалните, с цел запазване на търговска тайна.

Таблица 1.

Очаквани разходи (в лв.) по групи и месеци за производството на Тилозин тартарат

Вид разход / Месец	Материали	Енергия и горива	Аморт.	ФРЗ
Януари	227735,63	317691,21	8173,30	36500,59
Февруари	211781,91	301723,39	7669,34	55360,66
Март	252533,00	354645,67	9853,44	39386,51
Април	195010,68	293538,13	7174,31	30404,73
Май	206475,97	339186,28	3246,38	42431,18
Юни	206536,75	321123,44	2951,01	29639,39
Юли	207626,97	256671,29	2794,81	31779,62
Август	202487,01	314826,90	2893,15	29058,23
Септември	203424,60	334173,68	3198,40	41804,12
Октомври	191186,94	287782,48	7033,64	29808,56
Ноември	257686,74	361883,34	10054,53	40190,32
Декември	208652,13	297264,42	7556,00	54542,52

Вид разход / Месец	ДОО	Преч. на о. в.	Цехови разходи	Транспорт	Спом. дейности
Януари	13794,71	13457,68	22559,92	4511,79	65783,06
Февруари	18109,40	14430,71	26452,04	3904,96	86397,33
Март	14854,60	15498,06	26948,80	3450,29	74897,31
Април	11739,52	13792,14	18390,51	3647,37	61209,00
Май	16238,19	16046,25	26328,67	4735,80	85313,47
Юни	11894,18	11345,05	15896,68	3849,24	52975,71
Юли	12216,00	13523,24	20915,96	3561,12	57563,95
Август	11660,96	11122,60	15584,98	3773,76	51936,97
Септември	15998,21	15809,11	25939,58	4665,82	84052,68
Октомври	11509,33	13521,71	18029,91	3575,85	60008,82
Ноември	15157,76	15814,35	27498,78	3520,70	76425,83
Декември	17841,77	14217,45	26061,12	3847,25	85120,52

Източник: “БИОВЕТ” АД – клон Разград

Целта, която компанията си поставя за разглеждания планов период, е минимизиране на средната себестойност на единица произвеждан продукт Тилозин.
За да съставим математическия модел на задачата, използваме означенията:

t – номер на месеца $(t = \overline{1,12})$;

i – номер на групата производствени разходи $(i=\overline{1,9})$;

C_{it} – очаквани разходи от *i*-та група $(i=\overline{1,9})$ за производството на продукта през *t*-ти месец $(t=\overline{1,12})$;

R_t – общи очаквани разходи за производството на продукта през *t*-ти месец $(t=\overline{1,12})$;

x_t – обем произведен продукт през *t*-ти месец $(t=\overline{1,12})$.

Трябва да се определи оптимална програма за производство през всеки месец $X=(x_1,x_2,x_3,x_4,x_5,x_6,x_7,x_8,x_9,x_{10},x_{11},x_{12})$, при която средната себестойност на единица продукт е минимална.

Общите разходи за производството на Тилозин през всеки от месеците се получават по формулата $R_t=\sum_{i=1}^{9}C_{it}$ $(t=\overline{1,12})$ и са съответно:

$$R_1=\sum_{i=1}^{9}C_{i1}=710207,89; \qquad R_2=\sum_{i=1}^{9}C_{i2}=725829,73;$$

$$R_3=\sum_{i=1}^{9}C_{i3}=792067,70; \qquad R_4=\sum_{i=1}^{9}C_{i4}=634906,38;$$

$$R_5=\sum_{i=1}^{9}C_{i5}=740002,20; \qquad R_6=\sum_{i=1}^{9}C_{i6}=656211,45;$$

$$R_7=\sum_{i=1}^{9}C_{i7}=606652,94; \qquad R_8=\sum_{i=1}^{9}C_{i8}=643344,56;$$

$$R_9=\sum_{i=1}^{9}C_{i9}=729066,21; \qquad R_{10}=\sum_{i=1}^{9}C_{i10}=622457,24;$$

$$R_{11}=\sum_{i=1}^{9}C_{i11}=808232,35; \qquad R_{12}=\sum_{i=1}^{9}C_{i12}=715103,18.$$

Като се използва моделът (1) – (3), се достига до следната задача на нелинейното оптимиране:

$$\min: Z(X)=\frac{1}{12}\left(\frac{710207,89}{x_1}+\frac{725829,73}{x_2}+\frac{792067,70}{x_3}+\frac{634906,38}{x_4}+\right.$$
$$+\frac{740002,20}{x_5}+\frac{656211,45}{x_6}+\frac{606652,94}{x_7}+\frac{643344,56}{x_8}+$$
$$\left.+\frac{729066,21}{x_9}+\frac{622457,24}{x_{10}}+\frac{808232,35}{x_{11}}+\frac{715103,18}{x_{12}}\right)$$

при условия

$$x_1+x_2+x_3+x_4+x_5+x_6+x_7+x_8+x_9+x_{10}+x_{11}+x_{12}=115000;$$

$$7000 \le x_t \le 13000 \ , \ t = \overline{1,12} \ .$$

Стойностите на променливите $x_t \ \ (t = \overline{1,12})$, намерени с помощта на формула (9), са:

$x_1 = 9671,93$; $x_2 = 9777,72$; $x_3 = 10214,13$;

$x_4 = 9144,82$; $x_5 = 9872,72$; $x_6 = 9296,99$;

$x_7 = 8939,03$; $x_8 = 9205,39$; $x_9 = 9799,50$;

$x_{10} = 9054,72$; $x_{11} = 10317,83$; $x_{12} = 9705,21$.

Тъй като всички неизвестни попадат в интервала $[7000,13000]$, полученото решение е оптимално.

Минималната стойност на целевата функция е:

$$Z_{\min} = 72,76 \ .$$

Според намереното оптимално решение на модела (1) – (3) минималната средна себестойност на единица от продукта Тилозин за разглеждания планов период е 72,76 лв. Тя може да се постигне, ако се произвеждат следните количества по месеци:

Таблица 2.

Оптимално решение

Месец	**Количество (кг)**
Януари	9671,93
Февруари	9777,72
Март	10214,13
Април	9144,82
Май	9872,72
Юни	9296,99
Юли	8939,03
Август	9205,39
Септември	9799,50
Октомври	9054,72
Ноември	10317,83
Декември	9705,21

Източник: собствени изчисления

Полученото оптимално решение на еднопродуктовия модел може да бъде използвано от мениджърите на фармацевтичното предприятие като ориентир при планиране на произвежданите количества Тилозин. При това, разбира се, следва да се отчитат и множество други фактори, влияещи върху производството в конкретните условия.

5. Заключение

Конструираният в настоящата разработка модел представлява нагледен пример за възможностите на икономико-математическото моделиране при оптимизирането на производствени дейности. Моделът и предложеният метод за неговото решаване могат успешно да бъдат използвани от мениджърите при вземане на решения относно планирането на производството в съвременните фармацевтични предприятия.

Усилията на автора в бъдещи разработки ще бъдат насочени към доразвиване на изследваната проблематика в следните направления:

- приложение на многопродуктовия оптимизационен модел с реални данни;
- конструиране на модели за съставяне на производствен план в съответствие с други критерии за оптималност.

Използвана литература

Атанасов, Б. et al., 2008. *Моделиране и оптимиране*, Варна: Наука и икономика.

Атанасов, Б., Николаев, Р. & Мирянов, Р., 2012. *Количествени методи в управлението*, Варна: Наука и икономика.

Николаев, Р., 2016. *Оптимизиране планирането на производствено-транспортни дейности на предприятието с относителни критерии*, Варна: Наука и икономика.

Трофимова, Г., 2016. Прогнозирование спроса и планирование объема выпуска продукции. *Экономика и социум*, 2(21), pp.1301–1305.

Chen, M.S. & Tsai, P.C., 2008. The optimal production plan under limited production capacity at any point in time. *Journal of the Operations Research Society of Japan*, 51(1), pp.81–94.

Gao, H.L., Dan, B. & Jing, Y.G., 2017. A Production Planning Model for Make-To-Order Companies with Capacity Constraint. *Advanced Materials Research*, 201–203, pp.1066–1069. Available at: http://www.scientific.net/AMR.201-203.1066.

Ghorbanzad, Y., Eshlaghy, A.T. & Kazemi, M.A., 2012. Optimization of Production Planning Using Mathematical Model Case Study: Behnoush Iran Company. *Interdisciplinary Journal of Contemporary Research in Business*, 4(5), pp.845–856.

Hossein, M. et al., 2016. APPLIED & INTERDISCIPLINARY MATHEMATICS | RESEARCH ARTICLE A mathematical model and optimization of total production cost and quality for a deteriorating production process. *Cogent Mathematics*, 43, pp.1–9. Available at: http://dx.doi.org/10.1080/23311835.2016.1264175.

Mula, J. et al., 2010. Mathematical programming models for supply chain production and transport planning. *European Journal of Operational Research*, 204(3), pp.377–390. Available at: http://dx.doi.org/10.1016/j.ejor.2009.09.008.

A MODEL FOR OPTIMIZING THE PRODUCTION OF PHARMACEUTICAL PRODUCTS

Nevena GOSPODINOVA[1]

[1] University of Economics, Varna, Bulgaria
n.gospodinova@ue-varna.bg

Abstract. The problem associated with the optimal production planning is especially relevant in modern industrial enterprises. The most commonly used optimality criteria in this context are: maximizing the total profit; minimizing the cost per unit of production; maximizing the capacity utilization; minimizing the total production costs.
This article aims to explore the possibility for optimizing the production of pharmaceutical products through the construction of a mathematical model that can be viewed in two ways – as a single-product model and a multi-product model. As an optimality criterion it is set the minimization of the cost per unit of production for a given planning period. The author proposes an analytical method for solving the nonlinear optimization problem. An optimal production plan of Tylosin tartrate is found using the single-product model.

Key words: production, optimization, mathematical modeling, pharmaceutical product.