ОПТИМИЗИРАНЕ НА ТОВАРНИТЕ ПРЕВОЗИ В МИКРОЛОГИСТИЧНИ СИСТЕМИ

Радан МИРЯНОВ[1]

[1] Икономически университет – Варна
miryanov@ue-varna.bg

Резюме. В статията се разглеждат микрологистичните системи и е отправен специфичен поглед към товарните превози в тях с цел оптимизирането им. За целта са използвани методи на моделирането и математическото оптимиране. Приложимостта на разгледаните задачи и методи е нагледно показана в материала с конкретни примери. Демонстриран е и един по-различен подход – този на мрежовото планиране. При него за минимизиране на линейната форма се използва мрежов график и решението на задачата се осъществява на два етапа – първо като класическа транспортна задача, а след това – с включването на допълнително ограничение. В резултат от решаването на тези задачи се определят оптималните доставки, които следва да се отчетат при планиране на товарните превози в микрологистични системи.

Ключови думи: микрологистични системи, транспортна задача, мрежово планиране.

1. Увод

Както е известно, едно от важните направления за осигуряване на ефективно снабдяване и пласмент в дистрибуционната логистика е „моделиране и оптимизиране на логистични процеси във връзка с управление на разходите по канали за реализация, по посредници и обекти“ (Благоева и др. 2009). И в тази връзка основната цел на настоящата разработка е да се предложат възможности за оптимизиране на транспортните разходи в микрологистични системи при оценката и избора на алтернативни стратегии на транспортно обслужване между доставчици и потребители. Решаването на така поставения проблем във вид на единна екстремална задача води до сложен математически модел, практическата реализация на който е свързана с трудности от изчислителен характер, поради което е целесъобразно да бъде декомпозирана на две задачи, които следва да бъдат решавани последователно. Първоначално се решава задачата за асоцииране на потребителите от логистичните центрове съответно с базите на потребителите (т. нар. „прикрепване“). В резултат от нейното решаване, заедно с прикрепването на потребителите към базите, се определят също така и потребностите на последните от транспортирания продукт. След това следва да бъде решена задачата за прикрепване на потребителите, в това число и на

базите, към предприятията – доставчици. Именно това е логическата последователност, в която се решават тези задачи в настоящата разработка.

2. Постановка и решение на задачите

Предполага се, че са известни:

n – предприятията – потребители на транспортирания продукт;

p – доставчиците от микрологистичната система;

b_j – потребностите на *j*-тия потребител $\left(j = 1 \div n\right)$;

L_k – пропускателната способност *k*-тото логистично звено по отношение на транспортирания продукт;

c_{kj} – транспортни разходи по доставката на дадения продукт от *k*-тото логистично звено до *j*-тия потребител;

x_{kj} – търсеният обем на доставка от *k*-тото логистично звено до *j*-тия потребител.

Задачата се състои в търсенето на такива числа $x_{kj} \geq 0$ $\left(k = 1 \div p,\ j = 1 \div n\right)$, минимизиращи функцията

$$Z = \sum_{k=1}^{p} \sum_{j=1}^{n} c_{kj} x_{kj}$$

(представляваща сумарните транспортни разходи), при следните ограничителни условия:

1. Количествата от продукта, планирани за доставка от съответното логистично звено, не трябва да превишават неговата пропускателна способност

$$\sum_{j=1}^{n} x_{kj} \leq L_k\ ,\ \left(k = 1 \div p\right).$$

2. Потребностите на *j*-тия потребител от дадения продукт трябва да бъдат задоволени

$$\sum_{k=1}^{l} x_{kj} = b_j\ ,\ \left(j = 1 \div n\right).$$

По този начин се получава така нареченият открит модел на класическата транспортна задача (Атанасов и Милкова 2011). В резултат от нейното решение, освен прикрепване на потребителите към съответните логистични звена от

микрологистичната система, се определят също така и обемите от продукта, които е необходимо да се доставят до всеки потребител (Милкова и Николаев 2012).

Продължаваме с решението на поставената задача с отчитане разпределението на наличните запаси от продукта в началото на плановия период. Нека с Q_k да означим тези запаси от продукта.

Всяко логистично звено условно се разделя на две части. В една от тях пропускателната способност приемаме да бъде равна на R_k , а другата

$$\left(L_k - R_k\right),\ \left(k = 1 \div p\right).$$

Въвеждаме още означенията:

x_{kj}^1 – търсеният обем доставка на продукта от логистично звено с пропускателна способност R_k на j-тия потребител;

x_{kj}^2 – търсеният обем доставка на продукта от логистично звено с пропускателна способност $\left(L_k - R_k\right)$ на j-тия потребител.

По този начин е достатъчно да се търси минимума на функцията

$$\sum_{k=1}^{p}\sum_{j=1}^{n} M\left(c_{kj}x_{kj}^1\right) + \sum_{k=1}^{p}\sum_{j=1}^{n} c_{kj}x_{kj}^2$$

при тривиалните ограничения, налагани на променливите x_{kj}^1 и x_{kj}^2 (тук M е едно достатъчно голямо положително число). В този случай следва последователно да бъдат решавани две транспортни задачи. В първия случай се решава транспортна задача за логистично звено с пропускателна способност R_k , след което за логистично звено с пропускателна способност $\left(L_k - R_k\right)$.

Ясно е, че в случай, когато $\sum_{k=1}^{p} R_k < \sum_{j=1}^{n} b_j$, намереното решение може да не бъде оптимално. Поради това следва да се постъпи по следния начин:

1. Ако $\sum_{k=1}^{p} R_k \geq \sum_{j=1}^{n} b_j$, то следва да се реши обикновена транспортна задача, при която за доставчици следва да се приемат логистични звена с пропускателна способност R_k.

2. Ако $\sum_{k=1}^{p} R_k < \sum_{j=1}^{n} b_j$, то в този случай следва да се формулира по нов начин самата задача.

Да се намери минимумът на функцията

$$\sum_{k=1}^{p}\sum_{j=1}^{n} c_{kj}\left(x_{kj}^1 + x_{kj}^2\right)$$

при следните ограничения:

$$\sum_{j=1}^{n} x_{kj}^{2} = R_k \, , \, (k = 1 \div p),$$

т.е. запасите в съответното логистично звено трябва изцяло да бъдат разпределени;

$$\sum_{j=1}^{n} x_{kj}^{1} \le (L_k - R_k),$$

т.е. количеството продукт, доставено от *k*-тото логистично звено, не трябва да превишава неговата пропускателна способност;

$$\sum_{k=1}^{p} (x_{kj}^{1} + x_{kj}^{2}) = b_j \, , \, (j = 1 \div n),$$

т.е. потребностите на *j*-тия потребител от разглеждан продукт трябва да бъдат задоволени;

$$x_{kj}^{1} \ge 0 \, , \; x_{kj}^{2} \ge 0 \, , \, (k = 1 \div p, j = 1 \div n),$$

т.е. доставките от продукта следва да бъдат реални.

Следва да отбележим, че допълнително формулираната задача може да бъде решена като обикновена транспортна задача, но за целта е необходим следният ред за подготовка на изходната информация. Всяко логистично звено се подразделя на две части. Въвежда се фиктивен потребител с обем на потребностите

$$b_{\phi} = \sum_{k=1}^{p} L_k - \sum_{j=1}^{n} b_j \, .$$

Транспортните разходи за доставка на единица товар от логистично звено с пропускателна способност R_k до фиктивния потребител са равни на ∞, а от логистично звено с пропускателна способност $(L_k - R_k)$ – равни на нула. Да демонстрираме решението на такава задача на база един елементарен условен пример.

Нека предположим, че са известни две логистични звена A_1 и A_2, пропускателната възможност на всяко едно от тях по отношение на превозвания продукт е съответно $L_1 = 110$ и $L_2 = 120$ единици. Запасът на първото звено е $R_1 = 70$, а на второто $R_2 = 0$ единици. В три пункта на потребление на транспортирания продукт B_1, B_2, B_3 обемите на потребление са съответно: $b_1 = 70$, $b_2 = 20$, $b_3 = 60$ единици. Транспортните разходи по доставката на продукта на логистичните звена до пунктовете на потребление (c_{kj}) са дадени в табл.1.

Таблица 1

	B_1	B_2	B_3
A_1	17	10	11
A_2	15	11	10

Тъй като в първото логистично звено има запас, подлежащ на разпределение, то е целесъобразно това звено да бъде разделено на две $A_1^{'}$ и $A_2^{''}$, тъй както е показано в табл.2.

Таблица 2

		v_j / u_i	$v_1=15$	$v_2=9$	$v_3=10$	$v_4=0$		
B_j / A_i			B_1	B_2	B_3	B_ϕ	a_i	
A_1	$A_1^{'}$	$u_1^{'}=0$	17	10	11	0	L_1-R_1=40	L_1=110
						40		
	$A_1^{''}$	$u_1^{''}=-1$	17	10	11	∞	R_1 = 70	
				20	50			
A_2		$u_2=0$	15	10	10	0	L_2 = 120	
			70		10	40		
b_j			70	20	60	80		

За приведения пример сумарната мощност на логистичните звена превишава общия обем на потребление с 80 единици. За решаването на задачата е въведен фиктивен потребител $B_\phi = 80$ ед. Приемаме за транспортни разходи по доставката на продукти от логистичните звена $A_1^{'}$ и A_2 до фиктивния потребител равни на нула, а от звеното $A_1^{''}$ - равни на ∞. За решаването на задачата е използван известният метод на потенциалите (табл. 2).

Както се вижда от полученото решение, логистичното звено A_1 е изцяло прикрепено към реалните потребители. Това означава, че запасите в логистичното звено A_1 са разпределени. Намереното решение определя количеството от продукта, което е необходимо да се достави от логистичните звена до потребителите. Освен това, сумата от доставките на продукта от двете логистични звена A_1 и A_2 до всички реални потребители определя потребностите на звената от дадения продукт.

По-сложна задача възниква при прикрепване на потребители към логистични звена или предприятия – производители, в случай когато се транспортират опаковъчни единици (пакетирани неделими партиди от товара), тъй като в този случай на променливите величини се налага допълнително изискване за целочисленост.

Първоначално се разглежда задачата за оптимално прикрепване на потребители към предприятия – доставчици за случая на дискретно изменящи се бройки от опаковъчни единици. За целта въвеждаме следните означения:

b_j – количеството на опаковъчните единици, които е необходимо да се доставят на *j*-тия потребител $(j = 1 \div n)$ (b_j се задава с отчитане на самите опаковъчни единици);

a_i - количеството на продукта, подлежащо на доставяне от *i* –тото предприятие – доставчик $(i = 1 \div m)$;

c_{ij} – транспортни разходи по доставка на продукти от *i*-тия до *j*-тия пункт;

G – големина на опаковъчната единица;

x_{ij} – търсеният обем на доставка от *i*-тия доставчик до *j*-тия потребител.

Необходимо е да се намерят неотрицателни стойности на променливите, минимизиращи линейната форма

$$F = \sum_{j=1}^{m} \sum_{j=1}^{n} c_{ij} x_{ij}$$

при ограничения:

1. Потребностите на *j*-тия потребител трябва да бъдат задоволени

$$\sum_{i=1}^{m} x_{ij} = b_j \ , \ (j = 1 \div n).$$

2. Количеството на продукта, доставено от *i*-тия доставчик не трябва да превишава възможните мощности на предприятието – доставчик

$$\sum_{j=1}^{n} x_{ij} \le b_i \ , \ (i = 1 \div m).$$

3. Обемът на доставката трябва да бъде кратен на опаковъчните единици

$$x_{kj} \in \{kG\}, \ (i = 1 \div m, j = 1 \div n),$$

където *k* е цяло неотрицателно число.

Математическото решение на такава задача не представлява особена трудност. Необходимо е да се разделят $a_i (i = 1 \div m)$ и $b_j (j = 1 \div n)$ на големината на опаковъчната единица (предполага се, че изходната информация е подготвена така, че a_i и b_j да са кратни на опаковъчните единици) и да се реши съответната транспортна задача. Както е известно, алгоритъмът за решаване на транспортната задача при направените предписания води до намиране на целочислени решения (Желязкова 2017).

3. Метод на мрежовото планиране

За решаването на подобни задачи може да се постъпи по следния начин. Разделяме потребностите на всеки потребител на няколко части, така че всяка една от тях да бъде равна на една от опаковъчните единици. Следователно, по този начин може да се разглеждат потребителите с потребности $G_\mu \ (\mu = 1 \div r)$, където G_μ е една от опаковъчните единици. Ако с $c_{i\mu}$ означим транспортните разходи по доставка на продукта от *i*-тия пункт в μ-тия, то задачата може да се формулира по следния начин:

Да се намерят такива неотрицателни стойности на променливите $x_{i\mu} \ (i = 1 \div n, \mu = 1 \div r)$ минимизиращи функцията:

$$F = \sum_{i=1}^{m} \sum_{\mu=1}^{r} c_{i\mu} x_{i\mu}$$

при следните ограничителни условия:

1. $\sum_{i=1}^{m} x_{i\mu} = G_\mu \ , (\mu = 1 \div r)$,

2. $\sum_{\mu=1}^{r} x_{i\mu} \le a_i \ , (i = 1 \div m)$,

3. $x_{i\mu} \in \{0, G_\mu\}, \ \mu = 1 \div r$.

За решаване на формулираната задача може да бъде използван методът на мрежовото планиране. Приемаме за връх на мрежовия график точка, на която съответства набор от m числа (всяко от тези числа представлява целочислена комбинация от зададените опаковъчни единици и не превишава съответните наличности a_i), т.е техният брой да съответства на този на потребителите.

Първото число показва какво количество от продукта следва да се транспортира от първия доставчик до всички потребители, включително до μ-тия, второто – от втория доставчик и т.н. За дължина на дъгите се приемат величините $c_{i\mu}$ - транспортните разходи.

Построяването на мрежовия график започва с върха 0_1. Всяка излизаща от него дъга определя транспортните разходи по превоза на продукта от *i*-тия доставчик до първия потребител. В новополучените върхове наборите от числа имат вида $(0,0,..., G_\mu, 0,..., 0)$. От всеки от получените върхове излизат дъги, задаващи транспортните разходи по превоза на продукта от *i*-тия доставчик до втория потребител.

Два върха от мрежовия график са съединени с дъги в този и само в този случай, ако всеки две от числата на набора съвпадат, освен едно, което се различава от

числата от предходния набор само по големината на опаковъчната единица. Построяването продължава дотогава, докато бъдат обхванати всички потребители.

Върховете, съответстващи на последния потребител, се съединяват с дъги в точка 0_2. Дължините на тези дъги се приемат равни на нула.

В общия случай наборът от числата при всеки от върховете има вида:

$$\left(K_{1\mu}, K_{2\mu},..., K_{m\mu}\right),$$

където $K_{i\mu} = k_{i\mu}G_{\mu}$, $k_{i\mu}$ - цяло неотрицателно число.

По такъв начин се построява мрежов график, съответстващ на поставената задача. Във връзка с това, че дължината на дъгите в такъв мрежов график представят по същество транспортните разходи, то най-краткият път между точките 0_1 и 0_2 задава оптималния план. Методът за намиране на най-икономичния маршрут е известен (Милкова и Михайлов 2016).

Да демонстрираме построяването на мрежовия график посредством следния пример. Налице са три доставчици на продукт, съответно $a_1 = 10$, $a_2 = 13$ и $a_3 = 17$ единици и четири потребители с обем на потребление $b_1 = 4$, $b_2 = 4$, $b_3 = 4$, $b_4 = 9$. Известни са и опаковъчните единици $G_1 = 4$, $G_2 = 9$ и транспортните разходи, които са записани в горните десни ъгли на табл.3.

Таблица 3

A_i \ B_j	u_i \ v_j	$v_1 = 13$	$v_2 = 11$	$v_3 = 14$	$v_4 = 4$	$v_5 = -2$	
		B_1	B_2	B_3	B_4	B_ϕ	a_i
A_1	$u_1 = 0$	13 | 0	18 |	14 | 0	4 | 9	0 |	10
A_2	$u_2 = +1$	12 | 4	10 | 4	24 |	24 |	0 |	13
A_3	$u_3 = -2$	10 |	25 |	16 | 4	18 |	0 | 13	17
b_j		4	4	4	9	19	

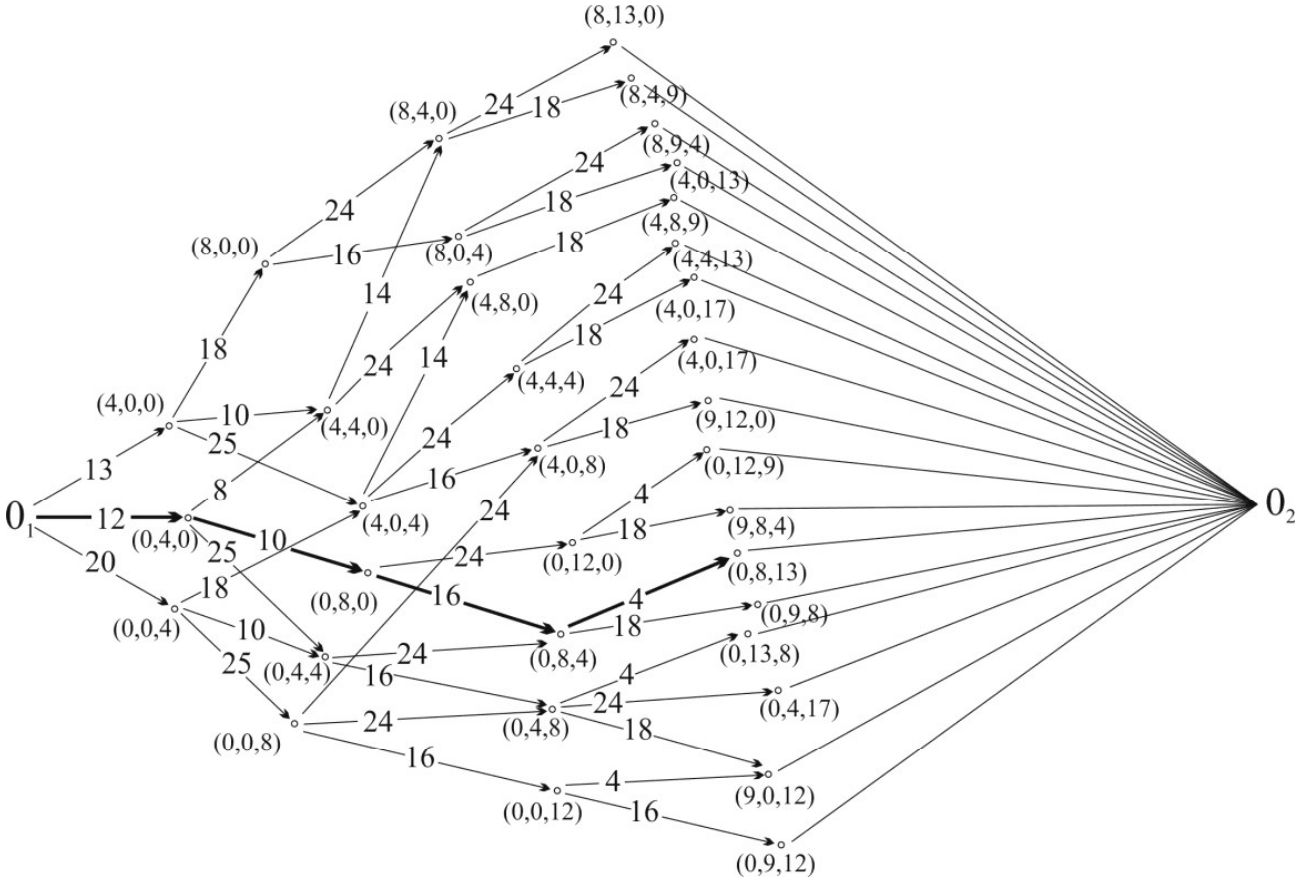
Построяваме мрежовия график (фиг.1) и търсим най-краткия път между точките 0_1 и 0_2. На този най-кратък път съответства оптимален план, определен в таблица 3.

В случаите, когато задачата е с голяма размерност, може да се използва приближен метод.

Решението на задачата може да бъде осъществено на два етапа. На първия етап се решава задачата за намиране на минимума на функцията F при първите две

ограничителни условия, т.е. класическата транспортна задача. На втория етап следва да се коригира полученото решение с цел отчитане и на третото ограничение.

След първия етап за прикрепени се приемат обемите, кратни на опаковъчните единици. На втория етап предмет на разглеждане са останалите обеми. За тяхното прикрепване следва последователно да бъдат решавани редица транспортни задачи. В началото се решава задачата за прикрепване на потребителите, в които са останали обеми, кратни на опаковъчните единици. След това следва да бъде решена задачата за прикрепване, при която се разглеждат потребители, имащи обеми, кратни на следващата величина доставка и т.н.



Фиг.1

4. Извод

В резултат от решаването на тези задачи към логистичните звена са прикрепени потребителите и определени оптималните размери на партидата на доставка за всеки от тях. Следователно доставката от логистичните звена е необходимо да бъде планирана по такъв начин, че размерите на партидите при окомплектоването на товарните превози да съответстват на получените значения на товарните единици.

Литература/Literature

Atanasov, B. and Milkova, T., 2011. Quantitative Methods in Logistics. - Varna: Univ. Ed. "Science and Economics" (in Bulgarian).

Blagoeva, S. and others, 2009. Economic Logistics. Varna: Univ. Ed. "Science and Economics" (in Bulgarian).

Zhelyazkova, D., 2017. Transport logistics. Varna: Univ. Ed. "Science and Economics" (in Bulgarian).

Milkova, T. and Mihailov, D., 2016. Investigation of Operations. - Varna: Univ. Ed. "Science and Economics" (in Bulgarian).

Milkova, T. and Nikolaev, R., 2012. Models for optimal attachment of users to suppliers. Years. Icon. N. - Varna, 84 (in Bulgarian).

OPTIMIZING THE FLOWS OF GOODS IN MICRO LOGISTICS SYSTEMS

Radan MIRYANOV[1]

[1] University of Economics, Varna, Bulgaria
miryanov@ue-varna.bg

Abstract. In the present paper micro logistics systems are observed with a specific glimpse at the flows of goods in them, aiming their optimization. For this reason some aspects of methodology of modelling and mathematical optimization are used. The practical implications of the problems and methods concerned are demonstrated with particular examples. A different approach is also revealed – the so called network planning. It uses network graphics for minimizing the linear form and the solution is split into two – first as a classical transportation problem, then with another constraint added. Finally, as a result, the optimal quantities are determined and they must be taken into consideration when planning the flows of goods in micro logistics systems.

Key words: micro logistics systems, transportation problem, network planning.